PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

SEPTIEMBRE - 2005

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) Estudiar el sistema $\begin{cases} x+y=1 \\ my+z=0 \\ x+(m+1)y+mz=m+1 \end{cases}$, según los valores de m y resolverlo para m = -1.

2º) Encontrar la ecuación de la recta p que corta perpendicularmente a las rectas r y s cuyas ecuaciones son $r \equiv x=y=z$ y $s \equiv x=y+1=2z-2$.

3º) Se considera la función $f(x)=\frac{L\,x}{x^n}$, donde n es un número natural. Se pide:

a) Hallar los extremos relativos de la función f(x).

b) Calcular $\lim_{x \to 0} f(x)$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Hacer una gráfica de la función en el caso de n = 2.

4º) Enunciar el Teorema de Rolle. Demostrar que la función $f(x)=x^3-x+a$ cumple las hipótesis del teorema en el intervalo [0, 1] cualquiera que sea el valor de a. Determinar el punto en el cual se cumple la tesis.

****

OPCIÓN B

1º) Una matriz cuadrada se llama ortogonal si su inversa coincide con su traspuesta. Se pide:

a) Demostrar que una matriz de la forma $M = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\ \alpha \\ sen\ \alpha & \cos\alpha \end{pmatrix},\ \alpha \in R$, es ortogonal.

b) Calcular x e y de manera que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ sea ortogonal.

2º) Estudiar, según los valores de k, la posición relativa de los planos de ecuaciones $\pi_1 \equiv (k-2)x + y + (2k+1)z = 1$ y $\pi_2 \equiv 2x + (k-1)y - z = 0$. Encontrar la ecuación continua de la recta r, intersección de los planos $\pi_1\ \ y\ \ \pi_2$ en el caso de k = -1.

3º) Se considera la función $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x}$. Se pide:

a) Hallar los extremos relativos de la función f(x).

b) Calcular $\lim\limits_{x \to 0} f(x)\ \ y\ \ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Hacer una gráfica de la función.

4º) Hacer un dibujo de la región limitada por la curva $y = sen\ x \cdot \cos x$ y las rectas $x = 0,\ x = \dfrac{3\pi}{2}\ \ e\ \ y = 0$. Calcular su área.

****